

# **Ecole Doctorale Carnot-Pasteur**

## **Proposition de sujet de thèse**

### **Intitulé français du sujet de thèse proposé :**

Lissabilité de groupes d'homéomorphismes affines par morceaux

### **Intitulé en anglais du sujet de thèse proposé :**

Smoothability of groups of piecewise-linear homeomorphisms

**Unité de recherche :** IMB (UMR 5584, Université de Bourgogne & CNRS)

### **Nom, prénom et courriel du directeur (et co-directeur) de thèse :**

Triestino, Michele <michele.triestino@u-bourgogne.fr>

Coulon, Rémi <remi.coulon@u-bourgogne.fr>

**Domaine scientifique principal de la thèse :** Théorie des groupes

**Domaine scientifique secondaire de la thèse :** Systèmes dynamiques

### **Description du projet scientifique :**

Le groupe de Thompson  $F$  est célèbre pour être à la frontière de plusieurs aspects en théorie des groupes (dont la moyennabilité). Il est défini comme étant le groupe des homéomorphismes linéaires par morceaux (PL) de l'intervalle  $[0,1]$ , dont les paramètres de définition satisfont certaines propriétés arithmétiques (paramètres dyadiques). Ghys et Sergiescu ont observé que  $F$  peut être conjugué par un homéomorphisme de  $[0,1]$  en un groupe de difféomorphismes lisses de l'intervalle : on dira que  $F$  est *lissable*. En revanche, on connaît quelques méthodes pour s'assurer que certains groupes d'homéomorphismes PL de l'intervalle ne sont pas lissables, suite auxquelles on conjecture que les groupes d'homéomorphismes PL lissables coïncident avec les sous-groupes de  $F$  (à conjugaison près). Parmi les cas qui ne sont que partiellement connus, on se concentrera sur les groupes d'homéomorphismes PL définis par des paramètres rationnels. Pour ces groupes, des exemples trouvés expérimentalement par Belk, Hyde, et Tatch Moore suggèrent un lien avec la renormalisation de Rauzy-Veech des échanges affines d'intervalles, et soulèvent des questions arithmétiques très intéressantes pour la renormalisation, qui, si résolues, auraient un intérêt bien plus profond que le problème de lissabilité des groupes d'homéomorphismes PL. D'un point de vue plus général, on essaiera de trouver d'autres méthodes pour détecter qu'un groupe n'est pas lissable : pour cela, on envisagera d'étendre les travaux de Rebelo et ses collaborateurs sur les groupes non-localement discrets de difféomorphismes analytiques du cercle, pour les adapter dans le cadre étudié. Ceci permettrait aussi d'obtenir des résultats bien plus précis en termes de régularité de lissabilité.

Bibliographie :

J. Belk, J. Hyde, J. Tatch Moore – A piecewise linear homeomorphism of the circle which is periodic under renormalization, arXiv:2211.05825

C. Bonatti, Y. Lodha, M. Triestino - Hyperbolicity as an obstruction to smoothability for one-dimensional actions, *Geom. Topol.* 23 (2019), no. 4, 1841–1876.

J. Brum, N. Matte Bon, C. Rivas, M. Triestino - Locally moving groups acting on the line and  $\mathbb{R}$ -focal actions, arXiv:2104.14678.

É. Ghys, V. Sergiescu – Sur un groupe remarquable de difféomorphismes du cercle, *Comment. Math. Helv.* 62 (1987), no. 2, 185–239

J. Hyde, J. Tatch Moore - Subgroups of  $PL+I$  which do not embed into Thompson's group  $F$ , *Groups Geom. Dyn.* 17 (2023), no. 2, 533–554.

M. Triestino - Non-smoothability for a class of groups of piecewise linear homeomorphisms of the interval, *Annales Instit. Fourier* (to appear).

**Connaissances et compétences requises :**

Dynamique en dimension 1, théorie des groupes (groupes de Thompson)