Sujet de thèse : Etude des équations différentielles sur les espaces analytiques

C. Huyghe, (Université Marie et Louis Pasteur, CNRS, LmB (UMR 6623), F-25000 Besançon, France)

La théorie des $\mathcal{D}$-modules coadmissibles est récente et introduite il y a une dizaine d'années de façon indépendante par Ardakov-Wadsley [2] d'une part et indépendamment par Schmidt, Strauch et moi [6] avec un point de vue un peu différent. La motivation pour introduire cette théorie était un théorème de localisation [5, 1] des représentations localement analytiques admissibles des groupes de Lie p-adiques sur la variété de drapeaux p-adique. Un tel théorème permet par exemple de montrer des énoncés de finitude en théorie des représentations, ainsi que des énoncés d'irréductibilité. Notons que ce théorème de localisation fait intervenir des catégories de $\mathcal{D}$-modules coadmissibles équivariants.

Par ailleurs, on dispose d'une théorie des équations différentielles p-adiques, depuis le travail de Dwork, Kedlaya [7], Robba, Christol et Mebkhout [4] ... Le lien entre les équations différentielles et les $\mathcal{D}$-modules coadmissibles est encore mal connu et se résume au travail de Bode-Bitoun[3], qui donnent un critère pour que certaines équations différentielles de rang 1, restent globalement coadmissibles après restriction à un ouvert épointé. Ce lien entre équations différentielles p-adiques et $\mathcal{D}$-modules a par ailleurs permis de montrer la coadmissibilité de l'espace des fonctions et des formes différentielles sur le premier revêtement de l'espace de Drinfeld. Le sujet de thèse consistera à généraliser les résultats de Bode-Bitoun dans différentes directions : d'une part on cherchera à géénraliser leur résultat à la dimension supérieure afin d'obtenir de nouveaux résultats de finitude, ce qui est crucial pour la théorie, et d'autre part, on explorera une version équivariante de leur résultat.

References

[1] Konstantin Ardakov. *Equivariant $\widehat{\mathcal{D}}$-modules on rigid analytic spaces*, volume 423 of *Astérisque*. Paris: Société Mathématique de France (SMF), 2021.

[2] Konstantin Ardakov and Simon J. Wadsley. $\widehat{\mathcal{D}}$-modules on rigid analytic spaces I. *J. Reine Angew. Math.*, 747:221–275, 2019.

[3] Thomas Bitoun and Andreas Bode. Extending meromorphic connections to coadmissible $\mathcal{D}$-modules. *J. Reine Angew. Math.*, 778:97–118, 2021.

[4] G. Christol and Z. Mebkhout. Sur le théorème de l'indice des équations différentielles p-adiques. IV. *Invent. Math.*, 143(3):629–672, 2001.

[5] Christine Huyghe, Deepam Patel, Tobias Schmidt, and Matthias Strauch. $\mathcal{D}^\dagger$-affinity of formal models of flag varieties. *Math. Res. Lett.*, 26(6):1677–1745, 2019.

[6] Christine Huyghe, Tobias Schmidt, and Matthias Strauch. Arithmetic structures for differential operators on formal schemes. *Nagoya Math. J.*, pages 157–204, 2021.

[7] Kiran S. Kedlaya. *p-adic differential equations*, volume 125 of *Cambridge Studies in Advanced Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2010.